**Bihar Mathematical Society**
TSTM (Olympiad) 2021 (Class-08)

**Full Marks:- 100** **Time: $2\frac{1}{2}$ Hours**

**Answer all questions. All questions carry equal marks.**

**1.** If $\left(\frac{9}{7}\right)^3 \times \left(\frac{49}{81}\right)^{2t-6} = \left(\frac{7}{9}\right)^9$, then find the value of $t$. यदि $\left(\frac{9}{7}\right)^3 \times \left(\frac{49}{81}\right)^{2t-6} = \left(\frac{7}{9}\right)^9$, तो t का मान निकालें।

(b) Mohan and Hari start a business with investments of Rs. 10 lac and 8 lac respectively. After 8 months, Mohan withdraws Rs. 2 lac and Hari increases his investment by 2 Lac. The profit at the end of the year is Rs. 540000. Find the share of Mohan.

मोहन तथा हरि क्रमशः 10 लाख तथा 8 लाख रुपये लगाकर एक व्यवसाय प्रारंभ करते हैं। 8 महीने के बाद मोहन 2 लाख रुपये निकाल लेता है तथा हरि 2 लाख रुपये और लगाता है। वर्ष के अन्त में 540000 का लाभ होता है। लाभ में मोहन का हिस्सा निकालें

**2.** (a) If $x + 2y + 3z = 0$ and $x^3 + 4y^3 + 9z^3 = 18xyz$; Evaluate $\frac{(x+2y)^2}{xy} + \frac{(2y+3z)^2}{yz} + \frac{(3z+x)^2}{zx}$

यदि $x + 2y + 3z = 0$ तथा $x^3 + 4y^3 + 9z^3 = 18xyz$ तो $\frac{(x+2y)^2}{xy} + \frac{(2y+3z)^2}{yz} + \frac{(3z+x)^2}{zx}$ का मान निकालें।

(b) If $\frac{3-5x}{x} + \frac{3-5y}{y} + \frac{3-5z}{z} = 0$, then find the value of $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$.

यदि $\frac{3-5x}{x} + \frac{3-5y}{y} + \frac{3-5z}{z} = 0$, तो $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ का मान निकालें।

**3.** (a) In what time will Rs.1,500 yield Rs. 495.50 as compound interest at 20% per year compounded semi-annually?

कितने समय में रु.1,500 का चक्रवृद्धि ब्याज रु.495.50 के रूप में प्रति वर्ष 20% की दर से अर्ध–वार्षिक रूप से संयोजित होगा?

(b) If $p + q + r = 12$ and $p^2+q^2+r^2=50$, then find the value of $pq + qr + pr$.

यदि $p + q + r = 12$ तथा $p^2+q^2+r^2=50$, तो $pq + qr + pr$ का मान निकालें।

**4.** (a) Four pipes A, B, C and D can fill a tank with water in 15, 20, 30 and 60 hours respectively. Pipe A is opened at 04:00AM, B at 05:00 AM, C at 6am and D at 07:00AM. When is the tank filled up completely?

चार पाइप A, B, C और D एक टैंक को पानी से क्रमशः 15, 20, 30 और 60 घंटे में भर सकते हैं। पाइप A को सुबह 04:00 बजे, B को सुबह 5 बजे, C को सुबह 6 बजे और D को सुबह 07:00 बजे खोला जाता है। टंकी कब पूरी तरह से भर जाती है?

(b) A person walks at the speed of 10 km/hr and covers a distance in a particular time. If he walked at the speed of 12 km./hr, he could have covered 16 km more in that time. Find the distance he covered originally.

एक आदमी 10 कि०मी० प्रति घंटे की चाल से एक दूरी एक विशेष समय में तय करता है। यदि उसकी चाल 12 कि०मी० प्रति घंटे होती तो वह उतने ही समय में 16 कि०मी० अधिक दूरी तय कर सकता था । उसके द्वारा तय की गयी मूल दूरी का मान निकालें।

**5.** (a) An egg vendor calls on his first customer and sells half of his eggs and hall an egg. To second customer, he sells half of what he was left with and half an egg and to the third customer he sells half of what he was then left with and half an egg. How ever he did not break any egg. If in the end the vendor was left with three eggs, how many eggs did he have initially?

एक अंडा विक्रेता अपने पहले ग्राहक को बुलाता है और अपने आधे अंडे और आधे अंडे बेचता है। दूसरे ग्राहक के लिए जो उसके पास बचा था उसका आधा और आधा अंडा बेचता है और तीसरे ग्राहक को वह बेचता है,उसके पास जो कुछ बचा था उसका आधा और आधा अंडा। हालाँकि उसने कोई अंडा नहीं तोड़ा। यदि अंत में विक्रेता के पास तीन अंडे रह गए, तो शुरू में उसके पास कितने अंडे थे?

(b) Find the sum of digits in the number $100^{25} - 25$.

संख्या $100^{25} - 25$ के अंकों के योग का मान निकालें

**6.** (a) The sides of a triangle are $a = 7$cm, $b = 8$cm, $c = 9$cm the sides $a$ and $b$ are the tangents to a circle, whose centre lies on the third side. Find the circumference of the cicle.

एक त्रिभुज की भुजाएँ हैं $a = 7$cm, $b = 8$cm, $c = 9$cm भुजाएँ $a$ और $b$ एक वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं, जिसका केंद्र तीसरी भुजा पर स्थित है। वृत की परिधि ज्ञात कीजिए।

(b) How many triangles are possible with sides 6, 9, and $n$, where $n$ is a natural number?

ऐसे सभी त्रिभुजों की संख्या निकालें जिनकी भुजायें 6, 9, तथा $n$ है, जहाँ द एक पूर्णांक है।

**7.** (a) If $n$ be a +ve integer, greater than 2, show that $2n > 1 + n\sqrt{2^{n-1}}$

यदि $n$ धनात्मक पूर्णांक है, $n > 2$, दिखावें $2n > 1 + n\sqrt{2^{n-1}}$

(b) A is the group of 10 men and B is the group of their wives. One person from each of the two groups are taken. Find the probability that they are husband and wife.

10 आदमियों का एक समूह है तथा $B$ उनकी पत्नियों का समूह है। प्रत्येक समूह से एक–एक व्यक्ति को चुना जाता है। दोनों के पति–पत्नी होने की संभाविता निकालें

**8.** Find the square root of $5 - \sqrt{10} - \sqrt{15} + \sqrt{6}$

वर्गमूल ज्ञात कीजिए $5 - \sqrt{10} - \sqrt{15} + \sqrt{6}$

**9.** If $X = \left(\frac{a}{b}\right)^{2ab/a^2-b^2}$ show that $\frac{ab}{a^2+b^2}(X^{\frac{a}{b}} + X^{b/a}) = \left(\frac{a}{b}\right)^{a^2+b^2/a^2-b^2}$

यदि $X = \left(\frac{a}{b}\right)^{2ab/a^2-b^2}$ दिखावें $\frac{ab}{a^2+b^2}(X^{\frac{a}{b}} + X^{b/a}) = \left(\frac{a}{b}\right)^{a^2+b^2/a^2-b^2}$

**10.** A cylindrical tennis ball container can contain maximum three balls stacked on one another. The top and bottom balls also touch the lid and the base of the container respectively. If the volume of a tennis ball is 360 $cm^3$, then what is the volume of the container?

एक बेलनाकार टेनिस गेंद कंटेनर (पात्र) एक दूसरे पर खरी अधिकतम तीन गेंदें हो सकती हैं। ऊपर और नीचे की गेंदें क्रमशः ढक्कन और कंटेनर के आधार को स्पर्श करती हैं, यदि एक टेनिस गेंद का आयतन 360 $cm^3$ है, तो कंटेनर का आयतन क्या होगा?